

UNDERSTANDING ALGEBRA

(TELAAH KRITIS BUKU JENNIFER SUGGATE DALAM
MEMAHAMI ALJABAR UNTUK TINGKAT SEKOLAH DASAR)

Taqwa Nur Ibad

Institut Agama Islam Syarifuddin, Indonesia
e-mail: ibadyangsukses@gmail.com

Muhammad Ardy Zaini

Institut Agama Islam Negeri Jember, Indonesia
e-mail: iniazardy@gmail.com

Abstract:

Today, many students are not familiar with algebra. They consider algebra to be a scary lesson. Not even a few who really hate this lesson. Starting from there, algebra material always tries to be presented in a more pleasing form. Appearances that feel new are indeed worth showing to increase the love of algebra. The concept of algebra, consciously or unconsciously, has actually been taught from an early age in kindergarten, Play Group. For example when studying while playing / singing accompanied by a knock on a table, chair or other object. By paying attention to the sequence of repeating beats, the teacher can simply explain the concept of algebra to the child according to his level of reasoning. One difficulty in solving problems is to explain the answers we try to find from the unknown. In algebra if they are numbers, they are often explained by letters such as 'a' or 'x'. This usually leads to misunderstanding. In arithmetic, letters are used as abbreviations for measurements, for example if the length of the garden is known to be 12 m. which means 12 meters. sometimes $3a + 4b$ which means '3 apples and 4 bananas'. In the context of algebra, $3a + 4b$ means 3 times a plus 4 times b, that is, a and b do not represent apples and bananas, they stand alone for unknown numbers. If 'a' is 5 and 'b' is 2 then $3a + 4b$ will be $3 \times 5 + 4 \times 2 = 15 + 8 = 23$.

Keywords: *Understanding, Algebra, Elementary School*

Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai berbagai problem atau permasalahan yang berkaitan dengan aljabar. Berbagai bidang kehidupan telah mengangkat permasalahan-permasalahan aljabar ke dalam bidang sendiri. Baik dari bidang ekonomi maupun bidang-bidang lainnya, aljabar selalu diterapkan untuk mencapai suatu keputusan dan hasil yang baik. Sehingga tak heran bila kita akan mendapatkan materi pembelajaran Aljabar ketika belajar di kelas.

Dewasa ini, banyak siswa yang belum mengenal bahkan mengetahui tentang materi aljabar. Mereka menganggap aljabar sebagai pelajaran yang menakutkan. Bahkan tak sedikit pula yang benar-benar membenci pelajaran ini. Beranjak dari situlah, materi aljabar selalu berusaha disajikan dalam bentuk yang lebih menyenangkan. Penampilan-penampilan yang terasa baru memang patut dipertunjukkan untuk meningkatkan kecintaan terhadap aljabar. Sebuah peternakan memiliki beberapa sapi. Suatu hari, sapi itu diperah, maka setiap sapi akan menghasilkan 1,5 liter. Jika hasil yang didapat dari perahan sapi adalah sebanyak 9 liter, berapakah sapi yang dimiliki peternakan itu?

Segelintir pertanyaan di atas hanyalah secuil dari banyaknya permasalahan atau problem dalam soal Matematika. Dengan pendekatan yang lebih menarik dan meningkatkan kreatifitas, siswa bisa lebih terpacu dalam mengerjakan soal-soal aljabar.

Beragam hal dalam berbagai aspek kehidupan bisa dihubungkan dengan Matematika yang juga berkaitan langsung dengan aljabar. Aneka contoh juga bisa diterapkan dalam pelajaran Matematika satu per satu. Konsep aljabar, disadari atau tanpa disadari sebenarnya telah diajarkan sejak usia dini di TK, Play Group atau PAUD. Misalnya saat belajar sambil bermain/bernyanyi dengan diiringi ketukan di meja, kursi atau benda lain. Dengan memperhatikan urutan perulangan ketukan maka guru dapat

menjelaskan konsep aljabar secara sederhana pada anak sesuai tingkat daya nalarnya. Sedang konsep aljabar untuk anak seusia SD kelas V atau VI dapat pula diberikan contoh ilustrasi di kelas Matematika sebagai berikut :

"Bayangkan sebuah angka antara 1 sampai dengan 10," perintah ibu guru "Sudah!" jawab anak-anak setelah beberapa detik. Angka itu adalah sebagai kakak. Sekarang tentukan adiknya." "Apa itu adiknya?" "Adiknya ya yang lebih kecil dari yang tadi!" "Maksud loe...?" "Ha..ha...ha..." Tertawa riang mereka: antara ibu guru dan anak-anak. Permainan berhenti sejenak. Ibu guru memperkenalkan konsep adik dan kakak. "Jika kamu memilih angka 5 sebagai kakak maka adiknya adalah 4. Karena $5 - 1 = 4$. Mengerti, Anak-anak?" "Mengerti, Bu....! He...he...he..." "Kita ulangi permainannya. Bayangkan sebuah angka antara 1 sampai 10." "Sudah!" jawab anak-anak sambil berbisik-bisik antara mereka. "Angka itu adalah kakak. Sekarang bayangkan adiknya!" "Sudah!" "Kakaknya kalikan dengan kakaknya!" "Sudah!" "Adiknya kalikan dengan adiknya!" "Sudah!" "Kurangkan hasil kakak kali kakak dengan adik kali adik!" Agak lama anak-anak berpikir. Tampak mereka berbisik-bisik. Mungkin mereka agak ragu-ragu dengan jawaban mereka. Mereka sambil buat coretan-coretan di tangan. Maklum di antara anak-anak itu, yang paling tua baru berusia 7 tahun. "Hmm...lima belas!" kata salah satu dari mereka. "Berarti... kakaknya adalah 8 dan adiknya adalah 7," tebak ibunya. "Kok tahu sih...?!" bisik anak-anak. Dari sinilah anak akan paham konsep aljabar dengan sendirinya, tentunya dengan bimbingan ibu guru.

Konsep Aljabar

Aljabar berasal dari Bahasa Arab "al-jabr" yang berarti "pertemuan", "hubungan" atau "perampungan") adalah cabang matematika yang dapat dicirikan sebagai generalisasi dan perpanjangan aritmatika. Aljabar juga merupakan nama sebuah struktur aljabar abstrak, yaitu aljabar dalam

sebuah bidang. Aljabar adalah cabang matematika yang mempelajari struktur, hubungan dan kuantitas. Untuk mempelajari hal-hal ini, dalam aljabar digunakan simbol (biasanya berupa huruf) untuk merepresentasikan bilangan secara umum sebagai sarana penyederhanaan dan alat bantu memecahkan masalah. Contohnya, x mewakili bilangan yang diketahui dan y bilangan yang ingin diketahui.¹

Pada saat bertanya terhadap siswa mengenai apa itu aljabar, mereka mengatakan 'aritmatika dengan huruf. kebenarannya bahwa aturan dari memanipulasi di aljabar dan aritmatika pada dasarnya sama dan huruf-hurufnya digunakan sebagai nomor yang baik, kata 'aljabar' berasal dari abad ke 9 buku dari Al-Khwarizmi (seorang matematikawan arab) yang dipanggil *Hisab al jabar w'al muqabala* (penghitungan hasil dari penyimpanan dan reduksi). yaitu penggabungan dari banyak tradisi matematika termasuk Babylonia, India dan greek, dan termasuk solusi dari masalah peninggalan dan property daerah (diantara yang lain). pengamat matematika memecahkan masalah prektikumnya dengan mengakarkan aljabar. Faktanya itu dapat dipikirkan sebagai pendapat yang tinggi dan efisiensi dari pemecahan masalah (dengan praktik dan teori).²

Salah satu kesulitan memecahkan masalah adalah menjelaskan jawaban yang mencoba kita temukan dari yang tidak diketahui. Di aljabar jika itu adalah nomor-nomor, itu sering di dijelaskan oleh huruf seperti 'a' atau 'x'. ini biasanya menimbulkan salah pengertian. Di aritmatika, huruf digunakan sebagai singkatan dari pengukuran, contohnya jika panjang dari kebun diketahui 12 m. yang berarti 12 meter. kadang-kadang $3a + 4b$ yang berarti '3 apel dan 4 pisang'. Dalam konteks aljabar, $3a + 4b$ berarti 3 dikali a

¹<http://matematikaoye.wordpress.com/sejarah-aljabar/>. Diakses pada tanggal 10 September 2019

²Jennifer suggate, *Mathematical Knowledge for Primary Teachers*, 4 edition. London And New York: Routledge. 2010, Hlm. 152-164

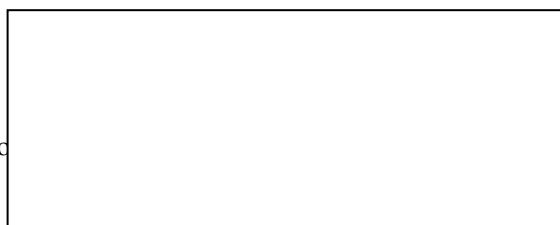
ditambah 4 dikali b, yaitu a dan b tidak mewakili apel dan pisang, mereka berdiri sendiri untuk nomor yang tidak diketahui. Jika ' a ' adalah 5 dan ' b ' adalah 2 maka $3a+4b$ akan menjadi $3 \times 5 + 4 \times 2 = 15+8=23$

Di SD/ MI lebih baik untuk memperkenalkan tanda-tanda lain untuk diketahui pada tingkat awal. Dalam beberapa buku, kotak digunakan untuk mewakili nomor tak dikenal, misalnya $3 + \square = 7$, dan anak-anak diharapkan untuk menempatkan nomor yang sesuai di dalam kotak. penggunaan kotak untuk mewakili angka yang tidak diketahui Dalam pernyataan $3 + \square = 7$ atau $\square + a = 7$, kotak atau ' a ' singkatan dari satu nomor, dalam hal ini 4. Namun, dalam pernyataan $y = 3 + x$, x dapat mengambil banyak nilai dan tergantung pada nilai yang dibutuhkan y dapat dihitung. Dalam hal ini x dan y disebut variabel.

Banyak anak menganggap tanda $=$ sebagai perintah untuk 'menemukan jawabannya', yaitu untuk melakukan sesuatu. Perhatikan pernyataan aljabar $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Arti tanda ' $=$ ' harus dibaca di sini sebagai 'sama' atau 'setara dengan' atau 'sama dengan'.

Kesulitan yang lain adalah konvensi yang xy berarti $x \times y$. anak mungkin tergoda untuk menafsirkan ini dalam notasi nilai tempat., jadi $2x = 2 \times x$ dan $2xy = 2 \times x \times y$. Untuk menghindari kebingungan, mungkin langkah terbaik untuk menyertakan tanda-tanda perkalian dalam setiap pekerjaan yang dilakukan di sekolah dasar. Dikatakan matematika adalah ilmu yang mempelajari pola. Aljabar adalah cara yang sangat ampuh untuk mengungkapkan pola singkat. Hal ini berkaitan dengan generalisasi dan ekuivalensi Misalnya, ketika menemukan keliling persegi panjang siswa dapat memulainya dengan menambahkan panjang semua sisi, misal $2 + 7 + 2 + 7 = 18$ cm.

7 cm



2 cm

2 cm

7 cm

Siswa kemudian dapat menemukan jarak yang lebih efisien dengan baik (a) menambahkan panjang dan lebarnya dan menggandakan jawaban atau (b) dua kali lipat panjang dan luas dan kemudian menambahkan. Untuk menunjukkan bahwa ini akan selalu bekerja, maka dapat dinyatakan dalam bentuk aljabar dan kesetaraan yang ditunjukkan.

| | | | |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------|
| (a) Keliling | $= (l+p) \times 2$ | $= l \times 2 + p \times 2$ | $= 2l + 2p$ |
| (b) Keliling | $= l \times 2 + p \times 2$ | $= 2l + 2p$ | |
| Juga Keliling | $= l + p + l + p$ | $= l + l + p + p$ | $= 2l + 2p$ |

Pencarian untuk pola ini dan ekuivalensi cocok untuk siswa tingkat dasar.

Lakukan dan Lepaskan

Pola ini dapat dimulai dalam tahap 1 Misalnya, anak-anak dapat diminta untuk memprediksi nomor berikutnya setelah 1, 3, 5, 7, dan kemudian menjelaskan bagaimana mereka “melakukan” hal yang sama setiap kali, dalam hal ini 'tambahkan 2'. Lebih sulit lagi dengan mencoba pola lain, misalnya 11, 15, 19 ... Hal ini juga berguna untuk meminta anak-anak agar 'mengulang' pola tersebut. Sebagai contoh, setelah melakukan aturan 'tambahkan 4' untuk contoh kedua, apa yang akan menjadi nomor sebelum 15? dan jumlah sebelum 11? Ini termasuk aturan 'melepas 4'.

Tahap 2. kegiatan lain mungkin permainan 'Tebak aturan saya'. Dalam hal ini guru, atau satu kelompok siswa, memutuskan 'aturan' dan yang lain menemukannya dengan meminta pengaruhnya pada nomor yang berbeda. Contoh, aturannya adalah 'kalikan dengan 2 kemudian

tambahkan 4', maka jika angka 3 yang dipilih, jawaban setelah menerapkan aturan tersebut akan menjadi $3 \times 2 + 4 = 10$ Hal ini lebih mudah untuk menemukan relasi jika input dan hasilnya dimasukkan ke dalam tabel, seperti salah satu di bawah ini.

| | | | | | | | |
|-------|----|---|---|----|----|-----|----|
| Angka | 3 | 1 | 0 | 20 | 12 | 0.5 | -1 |
| Hasil | 10 | 6 | 4 | 44 | 28 | 5 | 2 |

Notasi aljabar dapat digunakan untuk memperjelas posisi. Pertama, simbol untuk berdiri dalam setiap nomor (input) harus disepakati terlebih dahulu, misalnya menggunakan 'p'. Kemudian aturan pertama dapat ditulis sebagai berikut:

| | | |
|------------------|-------------------|---------------------|
| Pengkodean angka | Dikali 2 | Kemudian ditambah 4 |
| P | $p \times 2 = 2p$ | $2p + 4$ |

Dalam hal ini 'p' singkatan nomor apapun dan $p \times 2 = 2p$. Dengan cara yang sama aturan kedua dapat ditulis:

| | | |
|------------------|------------|---------------------------|
| Pengkodean angka | Ditambah 2 | Kemudian dikali 4 |
| P | $p + 2$ | $(p+2) \times 2 = 2(p+2)$ |

P adalah kode angka dan $(p + 2)$ harus dimasukkan ke dalam tanda kurung, sehingga hal itu dilakukan pertama. Sebagai perkalian komutatif, $(p+2) \times 2 = 2(p+2)$.

Pertanyaannya adalah 'apakah dua aturan tersebut sama?' Sekarang dapat ditulis sebagai berikut 'Apakah $2p+4 = 2(p+2)$? 'Aturan aritmatika dan aljabar sekarang dapat diterapkan pada pernyataan simbolis sebagai berikut

$$2(p+2) = 2 \times p + 2 \times 2 \text{ (perkalian distributif atas tambahan)}$$

$$= 2p + 4$$

Ini berarti bahwa apa pun angka yang diletakkan pada huruf p , $2(p+2)$ akan sama hasilnya dengan $2p+4$. Jadi dengan aljabar, ini akan membuktikan kesetaraan dua aturan. Ini akan menjadi tidak cocok dan tidak perlu untuk melakukan hal ini pada tingkat dasar, tapi bisa menunjukkan bahwa mereka memberikan hasil yang sama untuk mencoba semua angka-angka yang ada. Hal ini juga dapat menarik untuk membahas bagaimana aturan ini bisa 'dikembalikan', yaitu bagaimana untuk mendapatkan dari jawaban atas input. Dalam contoh di atas, bagaimana bisa 'kalikan dengan 2 dan tambahkan 4' dikembalikan? apa aturan akan mengambil 10-3, 6-1 dan seterusnya? Upaya pertama mungkin 'bagi dengan 2 dan dikurangi 4,' tapi ini tidak sesuai. Urutan operasi juga harus dibalik, sehingga 'dikembalikan' atau aturan terbalik adalah 'mengurangi 4 kemudian dibagi dengan 2'.

Permainan lain yang menyediakan praktek yang baik dalam aritmatika mental dan pengantar aljabar adalah 'Pikirkan angka'. Hal ini dapat diperkenalkan sebagai 'sihir' trik atau teka-teki. Misalnya, dengan petunjuk:

Pikirkan angka, ditambah 1, dikali 2, dibagi 2, kemudian dikurangi angka yang kamu pikirkan pertama tadi dan hasilnya adalah 1.

Apakah pernyataan ini selalu benar? Dan jika demikian, mengapa? Bahkan dalam bentuk tertulis mungkin untuk melihat apa yang terjadi. Di antara 'kalikan dengan 2, kemudian bagi dengan 2' saling meniadakan (dibagi adalah kebalikan dari perkalian). Jadi petunjuk dapat digunakan pada pikirkan angka, ditambah 1, kemudian dikurangi dengan angka yang kamu pikirkan tadi dan hasilnya harus 1. Ini juga dapat ditunjukkan dengan simbol aljabar. Pilih huruf (atau simbol) untuk memikirkan angka, katakanlah ' n ', kemudian tuliskan apa yang terjadi.

| | | | | |
|-----------------------|-------------------|-----------------|----------------------|---|
| <i>Pikirkan angka</i> | <i>Ditambah 1</i> | <i>Dikali 2</i> | <i>Dibagi 2</i> | <i>Dikurangi angka yang kamu pikirkan</i> |
| N | $n + 1$ | $2(n + 1)$ | $\frac{2(n + 1)}{2}$ | $\frac{2(n + 1)}{2} - n$ |

Jika angka pertama adalah n , setelah melakukan semua instruksi hasilnya akan $\frac{2(n+1)}{2} - n$. Sekarang kita sederhanakan ini menggunakan aturan aljabar. Hal ini dapat digunakan dengan dua cara yang setara pada contoh dibawah ini.

$$\frac{2(n + 1)}{2} - n \qquad \frac{2(n + 1)}{2} - n$$

Atas dan bawah dibagi dari angka 2 Dikali kurung luar, tulis n seperti $\frac{2n}{2}$

$$= \frac{2(n + 1)}{2} - n \qquad = \frac{2n + 2 - 2n}{2}$$

Ini sering disebut pembatalan.

$$= n + 1 - n \qquad = \frac{2}{2}$$

$$= 1 \qquad = 1$$

Untuk melakukannya hal ini penting dalam menyadari konvensi yang diikuti secara tertulis dengan aljabar yakni memanipulasi aturan dasar. Ini cocok dilakukan bersama anak-anak, tetapi pembahasan alasan mengapa ia bekerja terbalik sifat perkalian dengan pembagian, dan sifat penjumlahan dengan pengurangan.

1. Tuliskan kemungkinan petunjuk aljabar untuk aturan ini:

- a. tambahkan 4, kalikan 3
 - b. tambahkan 10, kurangi 5
 - c. kalikan 2, tambahkan 6, kalikan 5, kurangi 15
 - d. kalikan 4, tambahkan 8, bagikan 2, kurangi 1
2. Coba lacak apa yang terjadi pada ini. Apakah ini selalu bekerja?
- a. kalikan 3, tambahkan 12, bagi 3, dikurangi angka pertama yang kamu pikirkan
 - b. kalikan 2, tambahkan 4, kalikan 3, tambahkan 12, bagi 6, dikurangi angka pertama yang kamu pikirkan, bagi 4, jawabannya adalah 1
 - c. kalikan 2, tambahkan 4, kalikan 5, bagi 10, dikurangi angka pertama yang kamu pikirkan, jawabannya adalah 2

Urutan

Menyalin, melanjutkan dan menciptakan pola sekarang merupakan bagian dari kurikulum matematika dari awal tahap 1 dan dapat berbuah sepanjang sekolah dasar. Contoh-contoh sederhana yang diberikan di awal bagian sebelumnya (melakukan dan melepas). Sebagai contoh lain, pertimbangkan 2, 4, 6 ... Ada dua cara di mana aturan dapat diberikan, baik yang dapat dinyatakan dalam huruf atau simbol. Urutan di atas dapat ditulis dalam tabel sebagai berikut.

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|----|----|
| Angka | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nilai | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |

Aturan untuk urutan di atas mungkin diberikan sebagai 'tambahkan 2'. Ini berarti bahwa untuk menemukan nilai istilah, 2 harus ditambahkan ke nilai periode sebelumnya. Hal ini disebut rumus rekursif, untuk nilai suatu istilah yang diberikan dalam hal yang sebelumnya. Hal ini dapat ditulis sebagai 'nilai istilah' = 'nilai periode sebelumnya' + 2, atau nilai n adalah nilai $(n - 1)$ ditambah 2. Hal ini akan menemukan nilai yang berurutan. Banyak kasus yang mungkin dan sangat berguna untuk

memberikan rumus umum yang menghubungkan angka yang langsung ke nilainya. Dalam kasus di atas, jika jumlah ini dikalikan dengan 2 memberikan nilai, misalnya $1 \times 2 = 2$; $2 \times 2 = 4$ dan seterusnya. ini dapat ditulis sebagai berikut:

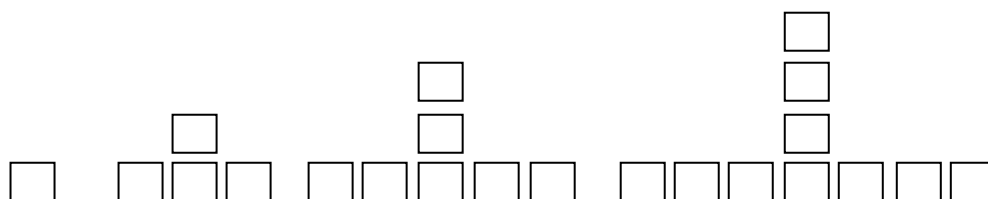
$$\begin{aligned}\text{Nilai angka} &= \text{angka} \times 2 \\ &= 2 \times n \\ &= 2n\end{aligned}$$

Nilai n adalah angka

Menggunakan rumus umum ini cukup sederhana dengan angka 100
 $= 2 \times 100 = 200$.

Contoh kongkritnya sebagai berikut:

Misalkan beberapa model yang terbuat dari batu bata (kata Multilink) seperti yang ditunjukkan:



Buat model selanjutnya. Berapa banyak kotak yang digunakan pada masing-masing model? jika kamu membuat model keenam, berapa banyak kotak yang kamu butuhkan? Bagaimana model kesepuluh atau keseratus?

Ada beberapa tahapan dalam jenis investigasi dan tidak semua anak akan mengelola untuk menyelesaikan semua.

- a. Model yang diberikan harus dipelajari dan melihat hubungan antara satu model dan selanjutnya. Dalam kasus di atas mungkin dinyatakan sebagai 'Tambahkan satu kotak masing-masing lengan. Biasanya ada lebih dari satu cara untuk melihat apa yang terjadi

- b. Model berikutnya(kelima)
- c. Jumlah kotak di masing-masing model dihitung dan dicatat. Tabel di bawah ini adalah cara yang rapi untuk melakukan hal ini:

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|----|---|---|
| Angka | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nilai | 1 | 4 | 7 | 10 | | |

- d. Jumlah kotak dalam model keenam dapat ditemukan baik dengan benar-benar membuat model atau dengan memperluas pola dalam jumlah di bawah garis atau keduanya
- e. Tantangan untuk menemukan jumlah kotak dalam model ke 10 dimaksudkan untuk mendorong anak-anak agar berkonsentrasi pada apa yang terjadi antara satu model dan berikutnya. misal 'Tambahkan 3'. Anak-anak mungkin dapat memperpanjang tabel untuk model 10 dan menemukan jumlah kotak dengan menambahkan 3 ke angka sebelumnya nomor di baris bawah.

| | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Angka | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nilai | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |

- f. Tantangan akhir untuk menemukan angka kotak pada model ke 100 bisa ditemukan dengan memperluas tabel ke 100. Relasi dapat digambarkan sebagai 'kalikan angka dengan 3 kemudian hasilnya dikurangi 2'. Sekali lagi ada beberapa cara untuk melihat hubungan ini dan 'menebak' harus diuji terhadap semua hasil yang diperoleh sejauh ini.

Kemudian nomor dalam model 10 adalah $10 \times 3 - 2 = 30 - 2 = 28$

dan angka dalam model 100 adalah $100 \times 3 - 2 = 300 - 2 = 298$

Banyak anak akan mencapai tahap terakhir, namun sebagian besar akan mampu membuat tabel dan menemukan nilai di model keenam dan kesepuluh.

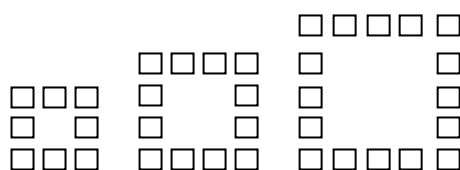
Karena belajar secara berurutan merupakan bagian penting dari matematika, beberapa khusus notasi dan konvensi telah dikembangkan. Notasi ini tidak cocok untuk di sekolah tetapi mungkin ditemui dalam teks-teks matematika. Sebuah urutan tertentu dapat mengidentifikasi huruf, misalnya 'u'. Setiap jangka waktu urutan yang teridentifikasi oleh huruf kecil nomor ditulis setelah 'u' dan dalam posisi subscript (tulisan dibawah garis). Jadi u_1 berarti 'nilai pertama', u_2 berarti 'nilai kedua'. Menggunakan notasi ini kita dapat mengatakan, untuk 2 urutan di atas,

$$u_1 = 1 \qquad u_2 = 4 \qquad u_3 = 7 \qquad u_4 = 10$$

Rumus rekursif untuk jumlah kotak yang dibutuhkan dalam model n adalah, dalam kata-kata 'tambahkan 3 ke nomor di model sebelumnya' atau dalam simbol $u_n = u_{n-1} + 3$. Ini menyatakan bahwa jumlah kotak pada model n adalah sama dengan jumlah kotak sebelumnya ($n - 1$) model tambahkan 3. Hal ini agak seperti permainan 'Tebak aturan saya'. Dalam hal ini mungkin 'jumlah model dikali 3 kemudian dikurangi 2'. Dalam simbol ini menjadi $u_n = 3n - 2$, yaitu jumlah kotak pada model n adalah 3 kali n dikurangi 2.

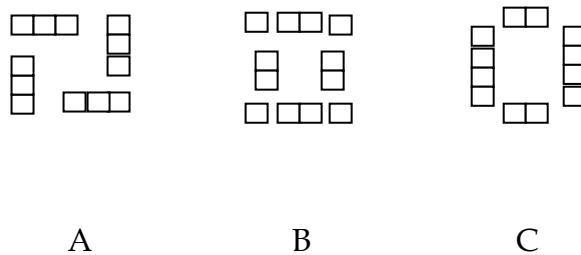
Untuk memberi contoh yang lain dengan tipe investigasi, pertimbangkan untuk membuat gambar bingkai persegi dari kubus seperti Multilink.

Yang pertama beberapa model ditunjukkan di bawah ini. Jumlah kotak di masing-masing model adalah digambar dalam tabel.



| | | | | |
|--------------|---|----|----|---|
| Model nomor | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Banyak kotak | 8 | 12 | 16 | |

Rumus rekursif untuk jumlah kotak dalam model tertentu tampaknya 'ditambah 4 pada model nomor sebelumnya' atau $u_n = u_{n-1} + 4$. Ini memungkinkan untuk membuat rumus umum dalam beberapa cara, yang bisa dihubungkan dengan cara melihat model. Mengambil model kedua sebagai contoh:



Cara pertama (A) adalah 4×3 , yang kedua (B) adalah $4 \times 2 + 4$, dan yang ketiga (C) adalah $2 \times 4 + 2 \times 2$. Semua ini memberikan hasil yang benar dari 12 kotak. Cara-cara yang berbeda untuk melihat rumus umum yang tertera di bawah ini untuk model 2, 3, 4 dan n .

| Model nomor | A | B | C |
|-------------|--------------------|------------------|-------------------------------|
| 2 | 4×3 | $4 \times 2 + 4$ | $2 \times 4 + 2 \times 2$ |
| 3 | 4×4 | $4 \times 3 + 4$ | $2 \times 5 + 2 \times 3$ |
| 4 | 4×5 | $4 \times 4 + 4$ | $2 \times 6 + 2 \times 4$ |
| N | $4 \times (n + 1)$ | $4 \times n + 4$ | $2 \times (n+2) + 2 \times n$ |

Aturan aljabar dapat digunakan untuk menunjukkan bahwa ketiga ekspresi umum setara.

A $4 \times (n+1) = 4n + 4$ (perkalian distributif atas tambahan)

$$B \quad 4 \times n + 4 = 4n + 4$$

$$C \quad 2 \times (n+2) + 2 \times n = 2n + 4 + 2n \text{ (perkalian distributif atas tambahan)}$$

$$= 2n + 2n + 4 \text{ (samping adalah komutatif)}$$

$$= 4n + 4$$

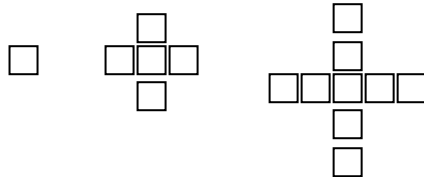
Tentu saja ada urutan serupa di mana diberikan nomor dapat dikurangkan dari setiap istilah, misalnya, 10, 6, 2, -2 ... Urutan nomor tertentu ditambahkan atau dikurangi dari setiap istilah disebut aritmatika urutan atau progresi. Tapi kadang-kadang satu istilah secara berurutan ditemukan dengan mengalikan periode sebelumnya dengan angka yang diberikan. Ini disebut progresi geometris. Untuk Misal, melihat urutan berikut:

| | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|----|
| Model nomor | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Nilai | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

Aturan rekursif tampaknya 'kalikan dengan 2'. Jika syarat hingga 10 dihitung, itu akan dihargai bahwa nilai istilah meningkat dengan cepat. Ini semacam investigasi tidak perlu mulai dengan model fisik. Ini dapat diterapkan untuk urutan angka, seperti yang dijelaskan di awal bagian ini. Satu yang sangat menarik urutan mulai 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13. Hal ini disebut urutan Fibonacci setelah orang yang pertama-tama diteliti dan angka di dalamnya dapat ditemukan di berbagai fenomena alam. Rumus rekursif menyatakan bahwa jumlah dalam istilah sama dengan jumlah dari angka-angka dalam dua istilah sebelumnya atau simbol $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$.

Lihatlah model diagram berikut:

Gambar model selanjutnya! Buat tabel yang menunjukkan jumlah kotak di masing-masing model! Berapa banyak kotak akan dibutuhkan untuk 5, 12 dan model 80?



Lihatlah urutan nomor berikut: 3.5, 5, 6.5, 8.

Apakah nomor berikutnya? Dapatkah Anda temukan formula rekursif (berikan dalam bentuk huruf atau simbol)? Bagaimana rumus umumnya?

Lihat urutan angka ini: 9, 6, 3

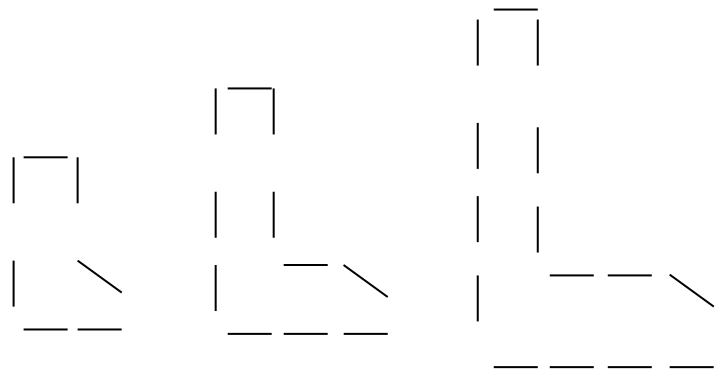
Apakah ada urutan angka berikutnya? Bagaimana dengan urutan angka keenam? Dapatkah Anda membuat rumus? Cari urutan angka ke-20!

Periksa urutan angka berikut ini: 16, 8, 4, 2

Apakah ada urutan angka berikutnya? Beri saran rumus rekursif untuk menemukan urutan berikutnya!

Beberapa pertanyaan dari tes nasional

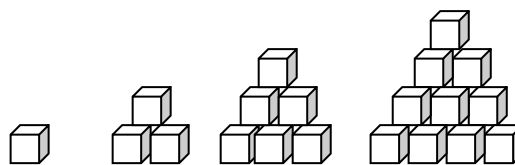
Anak membuat pola berbentuk L dengan tongkat:



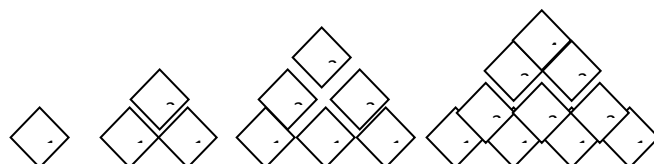
| | | | |
|----------------|---|----|----|
| Nomor bentuk | 1 | 2 | 3 |
| Jumlah tongkat | 7 | 11 | 15 |

Anak berkata 'aku menemukan jumlah tongkat dengan bentuk yang pertama dikalikan dengan 4, kemudian ditambah 3'. Kerjakan berapa jumlah tongkat untuk nomor bentuk ke-10! Anak menggunakan 59 batang untuk membuat bentuk L lain. Berapa nomor bentuk dari jumlah tongkat tersebut? Tulis bentuk rumus lain untuk di luar jumlah tongkat untuk setiap bentuk L. Gunakan S untuk jumlah tongkat dan N untuk nomor berbentuk.

Berikut adalah urutan menara dibangun dari kubus:



| | | | | |
|--------------|---|---|---|---|
| Nomor menara | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------|---|---|---|---|



Ini adalah rencana dari setiap menara.

Angka-angka menunjukkan berapa banyak kubus dalam setiap kolom vertikal. Berapa banyak kubus yang diperlukan untuk membangun 5 menara? Apakah jumlah menara dalam urutan ini yang menggunakan 165 kubus?

1. Abdi memulai urutan angka. Dia mulai dengan 10.000 dan mengurangi 7 masing-masing waktu. Urutan lima angka pertama adalah:

10,000 9,993 9,986 9,979 9,972

Abdi berkata 'jika saya melanjutkan urutan angka saya, angka negative pertama akan menjadi -3' apakah abdi benar? Jelaskan yang and ketahui!

2. Isilah tabel yang kosong untuk menyelesaikan pola:

| | | |
|---------|----------|----------|
| $n + 6$ | | $7n + 6$ |
| | $4n + 3$ | $7n + 3$ |
| N | $4n$ | |

Persamaan

Ada kesulitan nyata dalam menghubungkan struktur masalah dengan operasi matematika. Masalah yang sama muncul dalam aljabar karena masalah harus dirumuskan dengan benar dalam hal aljabar sebelum alat-alat canggih dari manipulasi aljabar dapat digunakan. Perhatikan contoh berikut.

Dalam sebuah kafe harga masing-masing secangkir teh 50 dan biskuit 25. Berapa banyak biaya 2 cangkir teh dan 2 biskuit? Berapa banyak biaya 5 cangkir teh dan biskuit 4? Jika 6 orang semua minum secangkir teh dan tagihan sampai 400, berapa banyak biskuit yang mereka makan?

Berapa biaya 'a' cangkir teh dan 'b' biskuit itu?

Kadang-kadang dapat dibantu melalui tabel:

| Banyaknya cangkir teh | Harga secangkir the | | Banyaknya biskuit | Harga biscuit | | Total harga | |
|-----------------------|---------------------|-----|-------------------|---------------|-----|-------------|-----|
| | | | | | | | |
| 2 | 2 x 50 | 100 | 2 | 2 x 25 | 50 | 100+50 | 150 |
| 5 | 5 x 50 | 250 | 4 | 4 x 24 | 100 | 250+100 | 350 |
| | | | | | | | |
| A | a x 50 | | b | b x 25 | | | |
| | = 50a | | | = 25b | | 50a+25b | |

Dari tabel tersebut jelas bahwa harga 2 cangkir teh dan biskuit 2 adalah 150 sedangkan harga 5 cangkir teh dan 4 biskuit adalah 350. Harga teh ditemukan dengan mengalikan jumlah cangkir dengan 50. Demikian pula biaya biskuit diberikan dengan mengalikan nomor dengan 25. Penting bahwa operasi matematika diakui sebagai perkalian. Intinya dari tabel menunjukkan harga secangkir teh 'a' dan biskuit 'b'. Ini adalah $50a + 25b$. Akhir bagian dari pertanyaan baik dapat diselesaikan dengan aritmatika atau dengan aljabar.

Dengan aritmetik

Harga 6 cangkir teh $6 \times 50 = 300$

Jumlah yang dibelanjakan untuk biskuit adalah $400 - 300 = 100$

Jumlah biskuit = $100 / 25 = 4$

Sebelum memecahkan persamaan aljabar, kita perlu menetapkan aturan manipulasi. Jika persamaan dianggap sebagai keseimbangan, kedua sisi diperlakukan dengan cara yang sama. Ini berarti jumlah yang sama dapat ditambahkan atau dikurangkan dari kedua belah pihak, atau kedua belah pihak dapat dikalikan atau dibagi dengan angka yang sama.

Dengan aljabar

Huruf $b =$ banyaknya biskuit

$$50 \times 6 + 25b = 400$$

$$300 + 25b = 400$$

$$25b + 300 = 400 \text{ (di samping adalah komutatif)}$$

Kurangi 300 dari sisi kiri

$$25b = 400 - 300$$

$$= 100$$

Dibagi 25 dari sisi kiri

$$\text{Dan } b = 100/25$$

$$= 4$$

Masalah tentang harga makanan di kafe mungkin terjadi pada tahun 5 dan 6. Hal ini penting, namun, untuk membahas secara eksplisit struktur masalah dan kaitannya dengan operasi matematika.

Jika rumus umum diberikan, seperti, total harga = $50a + 25b$, maka biaya sejumlah cangkir teh dan biskuit dapat dihitung.

Contoh: Jika $a = 10$ dan $b = 5$ (10 cangkir teh dan 5 biskuit)

$$\text{Total harga} = 50 \times 10 + 25 \times 5$$

$$= 500 + 125$$

$$= 625$$

Beberapa kasus, terutama dengan menggunakan kalkulator, menantang anak-anak untuk memecahkan persamaan dengan percobaan dan perbaikan. Misalnya, menemukan nomor yang ketika dikalikan dengan sendirinya sama dengan sepuluh. Ini benar-benar memecahkan persamaan $x^2 = 10$. Metode iteratif membuat perkiraan, perhitungan hasil, kemudian meningkatkan perkiraan, digunakan secara luas saat ini, terutama dalam program komputer, di mana perhitungan sangat cepat dan akan berlanjut sampai tingkat akurasi yang diinginkan tercapai. Ketika bekerja pada jenis ini investigasi anak harus dibantu untuk menetapkan

temuan mereka secara teratur, untuk Misalnya, dengan menggunakan tabel.

| | Persamaan untuk x | x^2 | |
|--|---------------------|-------------|-----------------------|
| | 3 | 9 | Terlalu kecil |
| | 4 | 16 | Terlalu besar |
| | 3.5 | 12.25 | Terlalu besar |
| | 3.2 | 10.24 | Masih terlalu besar |
| | 3.15 | 9.9225 | Sedikit terlalu kecil |
| | 3.16 | 9.9856 | Bahkan lebih baik |
| | 3.17 | 10.0489 | Hanya lebih |
| | 3.165 | 10.017225 | |
| | 3.164 | 10.010896 | |
| | 3.163 | 10.004569 | Sangat dekat |
| | 3.1625 | 10.00140625 | |
| | 3.1624 | 10.00077376 | |
| | 3.1623 | 10.00014129 | Memang sangat dekat |
| | 3.1622 | 9.99950884 | |

Ini semacam memberikan tantangan terhadap anak-anak untuk praktek yang baik dalam menangani angka-angka dan membantu mengembangkan pemahaman mereka tentang desimal. Misalnya, seperti $3^2(9)$ lebih dekat ke 10 dibandingkan $4^2(16)$, mungkin yang telah menebak baik untuk mencoba 3.2 bukannya 3.5 dan lagi sebagai 3.16 adalah lebih dekat dari 3.17, kemudian 3.162 mungkin telah menebak berikutnya.

1. Harga menu dalam café sebagai berikut

| | |
|----------------|-----|
| Secangkir teh | 60 |
| Secangkir kopi | 70 |
| Ham sandwich | 120 |
| Keju sandwich | 100 |

Temukan total biaya yang harus dibayar:

- 2 cangkir teh dan 2 keju sandwich
 - 2 cangkir teh, 1 cangkir kopi, 2 ham sandwich dan
1 keju sandwich
 - 'a' cangkir teh dan 'b' cangkir kopi
 - 'x' ham sandwich dan 'y' keju sandwich
 - 'a' cangkir the, 'b' cangkir kopi, 'x' ham sandwich dan 'y' keju sandwich
2. Cari sisi persegi yang luasnya 20 cm^2 yaitu $x^2 = 20$.
Beberapa pertanyaan dari tes nasional
3. Dalam persamaan ini N singkatan untuk angka:
 $5N - 2 = 3N + 12$
Berapa nilai N?
4. Temukan nilai 'x' pada persamaan:
 $6x - 27 = 0$

Kesimpulan

Penting memang dalam mengenalkan aljabar terhadap siswa melalui pendekatan kongkrit yang memungkinkan siswa untuk membangun konsep tersebut dengan sendirinya, sehingga nantinya guru dengan mudah mengajak anak dalam kerangka abstrak. Umumnya yang terjadi di sekolah ataupun di madrasah dalam pembelajaran matematika, apalagi aljabar guru langsung mengenalkan teori atau konsep aljabar dalam tataran abstrak tanpa mengawalinya dengan pembelajaran yang kongkrit, padahal

banyak manfaatnya apabila guru membangun kepercayaan terhadap anak untuk berfikir abstrak melalui pendekatan kongkrit dalam pembelajaran ini. Pembelajaran dapat menyenangkan, disebabkan anak memecahkan problem dalam kehidupan sehari-hari. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa pembelajaran aljabar dalam buku Jennifer Suggate ini mengenalkan pendekatan kongkrit dalam membangun abstrak pada tingkat Sekolah Dasar.

Daftar Pustaka

Jennifer Suggate, 2010. *Mathematical Knowledge for Primary Teachers*, 4 edition. London And New York: Routledge

David Eugene Smith dan Karpinski, 1911, *The Hindu-Arabic Numerals*, Boston and London: Ginn and Co. Publishers.